Table des matières

1 Énoncé du problème

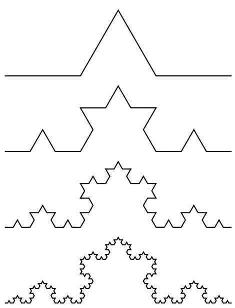
Premier temps :

Proposer une construction de ces figures (les côtés des polygones sont de même longueur).

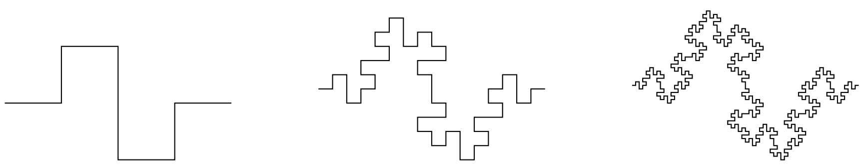
L'égalité des longueurs contraint la figure mais l'énoncé peut sembler flou pour des élèves.

Deuxième temps :

Quelle est la longueur de chacune des lignes si la première longueur est donnée ?
Et à la génération 4 ? À la génération 10 ? À la génération 103 ? À la génération n ?

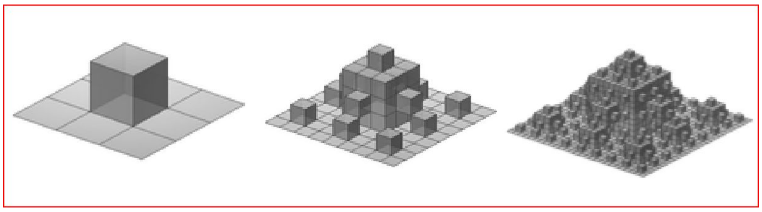


Prolongements possibles :
On pourrait proposer le problème avec d'autres ¡¡ générateurs ¿¿ :



Et pourquoi pas dans d'autres dimensions ... on demanderait à calculer l'aire de l'enveloppe.

Voir par exemple : *http ://fr.wikipedia.org/wiki/Flocon_de_von_Koch* :



2 Choix du problème

2.1 Compétences transversales

- Découvrir la beauté d'objets mathématiques.
- Modéliser des phénomènes naturels (chou-fleur, littoral, nuage...).
- Faire un lien avec des mathématiques contemporaines (géométrie fractale).

2.2 Connaissances mathématiques

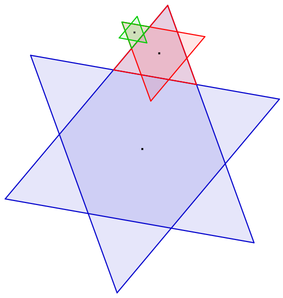
- Décrire et construire une figure.
- Travailler sur l'organisation d'un calcul.
- Utiliser un opérateur fractionnaire.
- Travailler avec les règles de calcul sur les puissances.
- Construire une formule générale.
- Faire le lien avec des situations de réduction ou d'agrandissement.

3 Analyse mathématique du problème

Proposition pour la construction des figures :

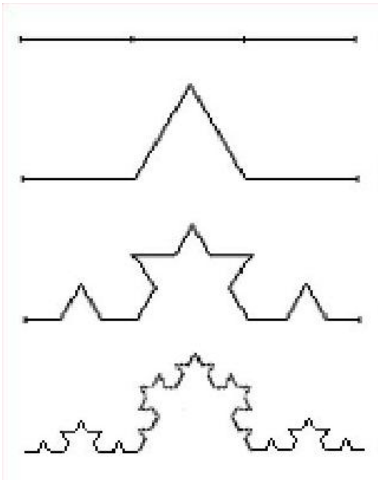
On peut tracer un triangle équilatéral de centre O (génération 1), puis son symétrique par rapport à O (génération 2).

On recommence la construction précédente sur chacun des six petits triangles équilatéraux.



Proposition pour le calcul de la longueur :

Supposons qu'à la génération 0, le segment soit de mesure a.



À la génération 1, le segment est de mesure $\frac{4}{3}a$..

À la génération 2, le segment est de mesure $\left(\frac{4}{3}\right)^2 a$.

À la génération 3, le segment est de mesure $\left(\frac{4}{3}\right)^3 a$.

À la génération n, le segment est de mesure $\left(\frac{4}{3}\right)^n a$.

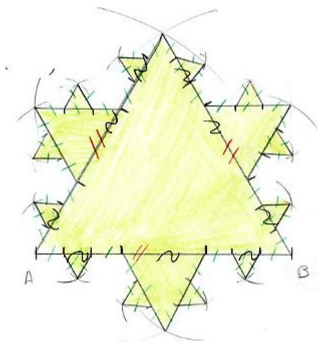
$\Rightarrow$ **On construit donc la suite géométrique de raison $\frac{4}{3}$ et de raison a.**

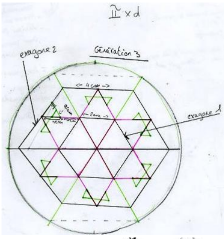
4 Analyse de productions

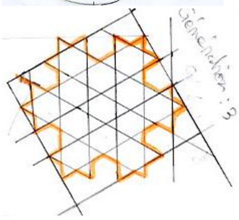
4.1 Les constructions géométriques

Compte-tenu de la difficulté de réalisation des figures, les constructions des élèves sont variées.

Certains devinent le partage systématique en trois parties égales et la construction de triangles équilatéraux.

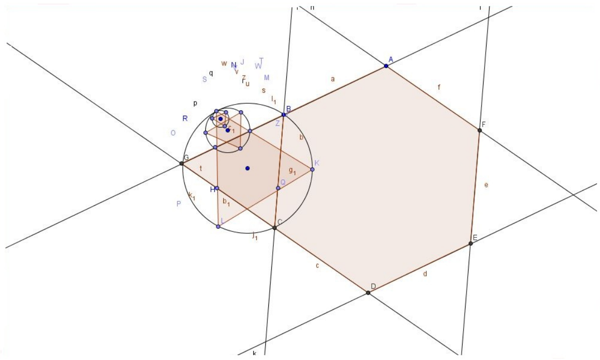


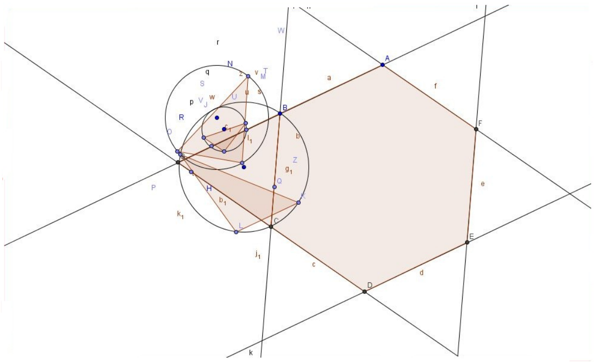




On peut observer des élèves qui inscrivent les figures dans des cercles ou des polygones.

Certains peuvent utiliser un logiciel de géométrie (ici Geogebra) ; toutefois la figure n'est pas toujours stable après mouvement.



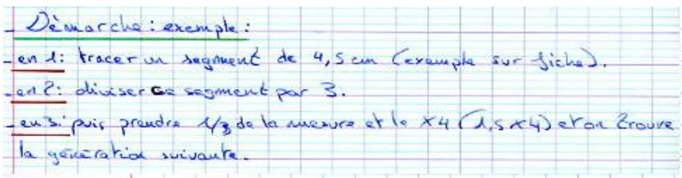


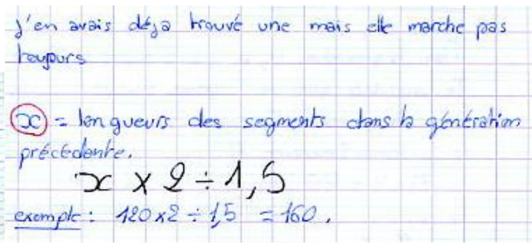
4.2 Le calcul des longueurs

Pour les différentes générations, les élèves proposent de nombreuses hypothèses.

Certains élèves repèrent qu'il faut multiplier par 4 et diviser par 3, toutefois il ne font pas le lien avec les fractions, ce qui rend difficile la généralisation de la procédure à la génération n.

On peut observer des débuts d'algébrisation.





On voit dans l'exemple suivant une récurrence en acte se mettre en place même si la formule est fausse :

Cela me donne la longueur de toutes la génération en cm. Il y a 4× plus de centimètre entre les génération.
On observant les figures je remarque que a chaque foix une pointe est rajouté dans chaque partie en passant d'une génération a une autre.

nombre de partie dans $G_0 = 1$
// $G_1 = 4$
$G_2 = 4 \times 4$ soit $4^2 = 16$
$G_3 = 4 \times 4 \times 4$ soit $4^3 = 64$
$G_4 = 4^4$
$G_5 = 4^5$
$G_{10} = 4^{10}$

$$\boxed{G_N = 4^N \times G}$$

Voici une démonstration fausse qui porte en elle le principe de récurrence :

A partir de la generation 2 toute les generation feront 16 cm car on garde toujours la même longeur sauf qu'on ~~sep~~ retreci les partis.

Pour la generation 1 et 2 il faut deplier les figure mais après on n'essaye ce que l'on veut sa faira 16 cm.

Je vais vous demontrer que la generation 3 fait 16 cm.
Chaque generation est diviser en 3 parti
Vu que la generation 2 fait 1cm par parti
Pour savoir la generation 3 fait quelle longueur la parti on fait $1 \div 4 = 0{,}25$ cm
Et vu que dans 1 parti il y a 16 petite parti de 0,25 et qu'il y a $4 \times 16 = 64$. Donc il y'a 64 petite parti on fait $64 \div 4 = 16$cm.
Voila donc j'ai demontrer que la generation 3 fait 16 cm et sa sera la même chose pour toute les autres generation.